

266. Illustration de la notion d'indépendance en probabilité

Plan:

I. Introduction à la notion d'indépendance: le conditionnement

- def $P_A(B)$ + P_A est proba + formule proba composées + proba totales
- thm de Bayes p.101-105 CAPP

II. Notion d'indépendance

a) Approche intuitive de la notion d'indépendance CAPP

proba p.111 CAPP

b) Evénements indépendants CAPP

def ev. indep + prop. classiques sur l'indep + ex introductif sur l'indépendance mutuelle + def indep. mutuelle p.111-113 CAPP

c) Variables aléatoires indépendantes CAPP

def tribu engendré + rang + petit tribu + def tribus indep + def v.a. indep. + indep. $P_{X,Y} = P_X \otimes P_Y$ + somme coalitions + indep. de n v.a. p.111-113 CAPP

d) Différentes caractérisation de l'indépendance de v.a. CAPP

caract. par p.r. + somme cos. pour v.a. + caract pour v.a. disjointe et disjointe p.114-115 CAPP

III. Utilisation de la notion d'indépendance

a) Espérance et indépendance CAPP

X, Y indep si $E(P(X)g(Y)) = E(g(Y))E(P(X))$ + X, Y indep $\Rightarrow E(XY) = E(X)E(Y)$ + cov(X,Y)=0 p.116-117 CAPP

b) Somme de variables aléatoires indépendantes CAPP

- convol. pour proba + thm de convol $P_{X+Y} = P_X * P_Y$ p.118-119 CAPP
- cas particulier via densité + $G_{X+Y} = G_X G_Y$ p.120 CAPP
- faire mg importance fct génératrice
- 2 v.a. même f. g. sont même loi + récupération moment p.121-122 CAPP
- $P_{X_1, \dots, X_n} = P_{X_1} \otimes \dots \otimes P_{X_n}$ + même f. c. $\Rightarrow$ même loi + f. c. vecteur indep + récupération moment pour f. c. p.123-124 CAPP

c) Une application surprenante CAUUS COUS

- def J + bien def p.125 COUS
- premier exilien p.126 CAUUS + $J(x) \sim \frac{1}{x-1} + \int \frac{1}{p_n} dx$ p.127 COUS DEV

II. Indépendance et convergence

a) Borel-Contelli et le singe immortel CAPP

def lim sup + $\{A_n \text{ i.o.}\}$ + Borel-Contelli + ex. du singe p.128 CAPP

b) Loi des grands nombres CAPP COUS

- loi faible + loi forte CAUUS p.129-130 CAPP
- $\bar{X}_n$ et S_n^2 estimateurs de m et σ p.131 COUS

c) Le théorème central limite COUS COUS

- Levy p.132 COUS + lemme pour RL + TCL p.133 COUS DEV
- construction intervalle de conf COUS p.134

Références:

CAPP: Appel, Probas pour non probabilités

CAUUS: Caubère, Alg. géo.

COUS: Coeurde, Analyse

COUS: Queffelec, Analyse pour l'ingénieur

Commentaires:

- Bien expliquer d'où vient l'idée d'indep.
- lemme des cos. pour va indep en fait cherché à démontrer (si système etc) peut être mettre en admis, par contr. connue le cas discret.